

INSINÖÖRIMATEMATIIKKA II

2. välikoe 28.4.2003 (3h)

12p

1. Tutki sarjan $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ suppenemista, kun

$a_n \rightarrow$ majorantti

2p a) $a_n = \frac{n+1}{\sqrt{n(n^2+1)}} \quad b_n = \frac{1}{n^2}$

b) $a_n = \frac{n(1-\cos(1/n))}{n+1}$
~~ap varaman~~

$1 - \cos(\frac{1}{n})$
 suppenee $\Rightarrow \downarrow$

2p 2. a) Määritä funktion $f(x) = \frac{x}{8+x^3}$ Maclaurinin sarja ja sen suppenemisväli.

Laske myös derivaatan $f^{(56)}(0)$ arvo.

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{8^{n+1}} x^{3n+1}$
 $f^{(56)}(0) = \frac{56!}{8^{19}}$
 $-8 \leq x \leq 8$

0-1p a) ohje puoli

b) Laske sarjan $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+1)}{2^n}$ summa.

$\frac{1}{1-x} \quad 2x \quad \int$

integrointi väärin / ois pitänyt derivoida

3. a) Olkoon funktio f differentioituva ja $w(x,y,t) = f(x+t, y-t)$. Määritä

$\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial t} = 0$

2p

b) Määritä funktion $2x^2 + y^2 + 2z^2 - 2x + 1$ globaalit ääriarvot ellipsoidissa

$x^2 + y^2 + 2z^2 \leq 4$. varaman γ kooten $\max 22$ korkein -4 lla $\min \frac{1}{2}$

1p

4. Laske kaksoisintegraali $\iint_S f(x,y) dx dy$, kun

a) $f(x,y) = x+1$ ja S on kolmio, jonka kärjet ovat $(0,0)$, $(1,0)$ ja $(0,1)$.

b) $f(x,y) = \sqrt{4-x^2-y^2}$ ja S on ympyränneljännes $x^2+y^2 \leq 1$, $x,y \geq 0$.

$\frac{\pi}{6} (8 - 3\sqrt{3}) = \frac{\pi}{6} (\frac{4}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2})$

$x = r \cos \varphi$
 $y = r \sin \varphi$
 $x^2 + y^2 = r^2$

Mukana saa olla *Mathematical Handbook*.

$\frac{8}{6} - \frac{3\sqrt{3}}{6} = \frac{8-3\sqrt{3}}{6}$

$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2}$
 $\frac{3}{2} - \frac{3}{2} = 0$