

TILM3568 -Todennäköisyyslaskenta sivuaineopiskelijoille SL-2024

Tentti 16.12.2024, 3 tuntia

Sallitut apuvälineet:

Kirjoitusvälineet

Laskin (ei saa olla graafinen tai symbolinen)

Todennäköisyyslaskennan kaavakokoelma

Ratkaise alla olevista tehtävistä **kaikki**.

Käytä ratkaisussasi mahdollisimman selkeitä merkintätapoja.

Selitä huolellisesti, mitä olet laskenut, pelkät laskutoimitukset eivät riitä.

Jokainen tehtävä on maksimissaan 6 pistettä.

Koko tentin pistemäärä on maksimissaan 30 pistettä.

Tentin hyväksytyt suoritus vaatii:

Osasta 1 pitää saada vähintään 6 pistettä.

Osasta 2 pitää saada vähintään 4 pistettä.

Koko tentistä pitää saada vähintään 15 pistettä.

Hyvityspisteet otetaan huomioon vasta kun osat 1 ja 2 on suorittanut hyväksytysti.

Osa 1: Klassinen todennäköisyys

1. Vastaa kaikkiin alla oleviin kysymyksiin.

- a) Mitä tarkoitetaan tapausten A ja B riippumattomuudella? Entä toisensa poissulkevuudella?

Olkoot tapausten A ja B todennäköisyydet $P(A) = 0.5$ ja $P(B) = 0.3$. Määrää tapauksen $A \cup B$ todennäköisyys, kun

- b) $P(A \cap B) = 0.1$
c) A ja B ovat toisensa poissulkevia
d) A ja B ovat riippumattomia
e) $P(A | B) = 0.1$

2. Kahdeksan lappua varustetaan numeroilla 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. Lapuista valitaan satunnaisesti kolme lappua yksi kerrallaan, siten että lappu palautetaan joka kerralla takaisin. Millä todennäköisyydellä
- kaikki numerot ovat samoja?
 - kaikki numerot ovat erilaisia?
 - numeroista kaksi on samaa mutta yksi on erilainen?
 - Miten tarkistat, että edellä lasketut todennäköisyydet ovat oikein?
3. Automaattisessa laaduntarkistuksessa robotti hyväksyy 99% tuotteista ja hylkää loput. Robotin hyväksymistä tuotteista on todellisuudessa viallisia 0.1% ja vastaavasti robotin hylkäämistä tuotteista on todellisuudessa ehjiä 0.5%.
- Piirrä tilanteesta puukuvio ja merkitse siihen tiedetyt todennäköisyydet.
 - Millä todennäköisyydellä tuote on viallinen?
 - Millä todennäköisyydellä viallinen tuote läpäisee tarkastuksen?

Osa 2: Satunnaismuuttujat

4. Koneen tekemä tuote on viallinen todennäköisyydellä 20%. Eräänä päivänä kone tekee 10 tuotetta. Olkoon X = "Päivän aikana tehtyjen viallisten tuotteiden lukumäärä".
- Mitä jakaumaa X noudattaa ja mitkä ovat jakauman parametrit?
 - Mikä on todennäköisyys, että viallisia tuotteita löytyy 10 tuotteen erästä **korkeintaan** 2 kpl?
 - Mikä on todennäköisyys, että viallisia tuotteita löytyy 10 tuotteen erästä **vähintään** 1 kpl?
 - Mikä on odotusarvo viallisten tuotteiden lukumäärälle X ?
5. Olkoon $X \sim N(100, 15^2)$. Määritellään lisäksi tapaukset
- $A = "X < 90"$
 - $B = "85 < X < 122.5"$
 - $C = "X > 122.5"$

Laske todennäköisyydet

- $P(A \cup B)$,
- $P(A \cap B)$,
- $P(A \cup C)$,
- $P(A \cap C)$.