

# TILM3568 - Todennäköisyyslaskenta sivuaineopiskelijoille SL-2024

**Tentti 13.1.2025, 3 tuntia**

## **Sallitut apuvälineet:**

Kirjoitusvälineet

Laskin (ei saa olla graafinen tai symbolinen)

Todennäköisyyslaskennan kaavakokoelma

Ratkaise alla olevista tehtävistä **kaikki**.

Käytä ratkaisuisasi mahdollisimman selkeitä merkintätapoja.

**Selitä huolellisesti, mitä olet laskenut, pelkät laskutoimitukset eivät riitä.**

Jokainen tehtävä on maksimissaan 6 pistettä.

Koko tentin pistemäärä on maksimissaan 30 pistettä.

## **Tentin hyväksytyt suoritus vaatii:**

**Osasta 1** pitää saada **vähintään 6 pistettä**.

**Osasta 2** pitää saada **vähintään 4 pistettä**.

**Koko tentistä** pitää saada **vähintään 15 pistettä**.

Hyvityspisteet otetaan huomioon vasta kun osat 1 ja 2 on suorittanut hyväksytysti.

## **Osa 1: Klassinen todennäköisyys**

1. Kolme koripalloilijaa, pelaajat A, B ja C, heittävät vapaahetion ohi todennäköisyyksillä 5%, 10% ja 15%. Heitetään yksi kierros (eli jokainen pelaaja heittää yhden vapaahetion). Millä todennäköisyydellä
  - a) kukaan ei onnistu,
  - b) vain yksi onnistuu,
  - c) ainakin yksi onnistuu?
  - d) Piirrä kaikista edellä esitetystä tapauksista Venn-diagrammi.

2. Tietokoneen salasana on muotoa NNNNN, jossa N on jokin numeroista 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Oletetaan että tietokone generoi salasanan satunnaisesti. Mikä on todennäköisyys, että salanasassa
- a) kaikki numerot ovat erilaisia?
  - b) kaikki numerot ovat samanlaisia?
  - c) on yksi "pari" eli täsmälleen kaksi samaa numeroa (esim. 23783)? Muut numerot ovat keskenään erilaisia.
  - d) on "kolmoset" eli täsmälleen kolme samaa numeroa (esim. 11413)? Muut numerot ovat keskenään erilaisia.
3. Erään opiston kurssin osallistujista 30% opiskelee pääaineenaan tietojenkäsittelytieteitä ja loput matematiikkaa. Tietojenkäsittelytieteiden opiskelijoista 20% ja matematiikan opiskelijoista 40% on naisia. Millä todennäköisyydellä
- a) kurssilta satunnaisesti valittu opiskelija on nainen?
  - b) kurssilta satunnaisesti valittu nainen opiskelee pääaineenaan matematiikkaa?
  - c) Piirrä puukuvio ja merkitse siihen tehtävänannosta tunnetut todennäköisyydet.

## Osa 2: Satunnaismuuttujat

4. Laatikossa on 100 palloa, joista 30 on valkoista ja loput mustia. Poimitaan laatikosta satunnaisesti 5 palloa. Satunnaismuuttuja  $X$  kuvaa valkoisten pallojen lukumäärää poimitujen viiden pallon joukossa.
- a) Jos pallot poimitaan **palauttamatta**, mikä jakauma on kyseessä ja mitkä ovat jakauman parametrit? Millä todennäköisyydellä poimitujen pallojen joukossa on **ainakin** 1 valkoinen pallo?
  - b) Jos pallot poimitaan **palauttaen**, mikä jakauma on kyseessä ja mitkä ovat jakauman parametrit? Millä todennäköisyydellä poimitujen pallojen joukossa on **korkeintaan** 1 valkoinen pallo?
5. Erään ammattiryhmän vuositulot ovat normaalisti jakautuneet, keskiansiona 30 264 € ja keskihajontana 2 437 €.
- a) Kuinka suuri osuus ammattikunnasta jää vuositulorajan 25 000 € alapuolelle?
  - b) Kuinka suuri osuus ammattikunnasta tienaa 25 000 € – 35 528 €?
  - c) Määrää tuloraja, jonka alapuolelle jää 25 % ammattikunnasta.
  - d) Piirrä kaikista edellisistä tilanteista kuva.