

# Lineaarialgebra (sivuaineopiskelijat)

## Tentti, 27.1.2025

Koe kestää noin 4 tuntia. Kirjoita ratkaisujesi perustelut näkyviin, pelkistä vastauksista (esimerkiksi laskimesta) ei saa pisteitä. Tentissä saa olla mukana vain kirjoitusvälineet (ei taulukkokirjoja) ja ns. funktiolaskin (ei symboliseen laskentaan soveltuva tai graafinen laskin).

1. Etsi matriisin

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & -6 & -4 \\ -3 & 0 & 3 & 12 & 9 \end{pmatrix}$$

kanssa riviekvivalentti redusoitu porrasmuoto ja päättele siitä matriisin aste  $r(A)$ .

2. Ortogonalisoi *Gramin-Schmidtin menetelmällä* aliavaruuden  $U \subseteq \mathbb{R}^4$  kanta

$$B = \{(-1, 0, 1, 1), (3, 0, -1, 1), (-1, 0, 2, 0)\}.$$

3. Etsi kanta aliavaruudelle

$$U = \{(a + b + 2c, -a + 3b + 2c, 2a + b + 3c) \mid a, b, c \in \mathbb{R}\}$$

ja perustele se tarkasti.

4. Todista seuraava monisteen tulos:

*Olkoon  $\{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n\}$  jokin avaruuden  $\mathbb{R}^n$  kanta ja olkoot  $\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_n$  kiinnitettyjä avaruuden  $\mathbb{R}^m$  vektoreita. Silloin on yksikäsitteinen sellainen lineaarikuvaus  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ , että*

$$f(\mathbf{x}_i) = \mathbf{y}_i, \quad \text{missä } i = 1, \dots, n.$$